FUNCIONES

1.- Calcula el dominio y los puntos de intersección con los ejes de las funciones:

a) $y = \dfrac{x^2 - 4}{x + 1}$ b) $y = \sqrt{x^2 - 9}$

Sol: a) (-2,0), (2,0), Dom: $\Re$-{-1}; b) (-3,0), (3,0),Dom: $(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$

2.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = x^2 + 1$ b) $y = -x + 2$ c) $y = \dfrac{x + 2}{x - 2}$ d) $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

e) $y = \sqrt{x + 2}$ f) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ g) $y = \dfrac{x + 2}{x^2 - 4}$ h) $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{x}}$

Sol: a) $\Re$; b) $\Re$; c) $\Re\setminus\{2\}$; d) $\Re\setminus\{-1,1\}$; e) $[-2,+\infty)$; f) $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$; g) $\Re\setminus\{-2,2\}$; h) $[-2,0)\cup[2,+\infty)$

3.- Representa las funciones:

a) y =2 b) y =x+3 c) y =-3x d) y =x^2+2x-3

e) $y = \begin{cases} x & si \;\; x < 2 \\ 2x & si \;\; x > 2 \end{cases}$ f) $y = \begin{cases} x - 2 & si \;\; x \le 2 \\ 0 & si \;\; 2 < x < 5 \\ -x + 10 & si \;\; x \ge 5 \end{cases}$

4.- Siendo $f(x) = x^2 + 1$; $g(x) = \dfrac{x - 2}{x}$ y $h(x) = \dfrac{x^2}{x - 1}$. Calcular:

a) $(h \circ g)(x)$ b) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \circ h)(x)$

d) $(g \circ h)(x)$ e) $f^{-1}(x)$ f) $g^{-1}(x)$

Sol: a) $\dfrac{(x-2)^2}{x^2\,(x-1)}$; b) $\dfrac{(x-2)^2}{x^2} + 1$; c) $\left(\dfrac{x^2}{x-2}\right)^2 + 1$; d) $\dfrac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$;e) $y = \pm\sqrt{x - 1}$; f) $y = \dfrac{-2}{x - 1}$

5.- Hallar la función inversa de:

a) $y = \dfrac{2x + 1}{x + 3}$ b) $y = \dfrac{x + 5}{2x - 2}$ c) $y = \dfrac{x - 1}{x + 2}$ d) $y = \dfrac{2x + 1}{x - 1}$

Sol: a) $y = \dfrac{1 - 3x}{x - 2}$; b) $y = \dfrac{2x + 5}{2x - 1}$; c) $y = \dfrac{2x + 1}{1 - x}$; d) $y = \dfrac{x + 1}{x - 2}$

6.- Dadas las funciones: $f(x) = x^3 + x$ y $g(x) = x^2$. Calcular:

a) $(f \cdot g)(x)$ b) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$ c) $\left(\dfrac{g}{f}\right)(x)$

d) $(f \circ g)(x)$ e) $(g \circ f)(x)$ f) $g^{-1}(x)$

Sol: a) x^5+x^3; b) $(x^2+1)/x$; c) $x/(x^2+1)$; d) x^6+x^2; e) $(x^3+x)^2$; f) $\sqrt{x}$

7.- Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son G = 2.000 + 25x, en miles de unidades monetarias, y los ingresos mensuales que se obtienen por las ventas son I = 60x – 0'01x^2, también en miles de unidades monetarias. ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo?

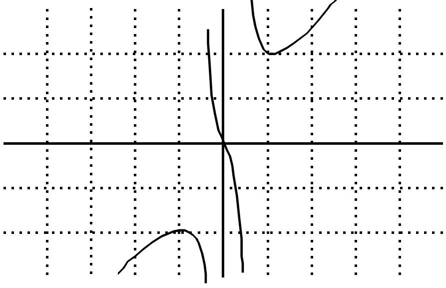
Sol: B = -0'01x^2 + 35x – 2.000. Deben fabricarse 1.750 televisores.

8.- Representa gráficamente las funciones que cumplan las siguientes condiciones:

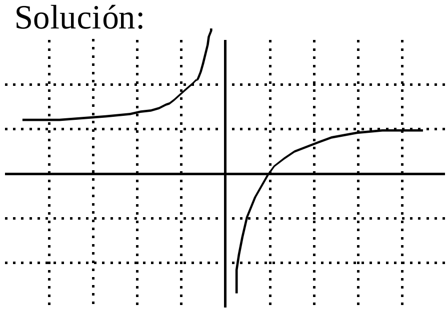
a) Dominio: $\Re\setminus\{-1,1\}$; asíntotas: x=-1, x=1, y=x; máximo en (-2,-4); mínimo en (2,4); f(0)=0; decrece en (-1,1)

b) Dominio: $\Re\setminus\{0\}$; asíntotas: x=0; y=1; creciente en $(-\infty,0)$ y $(0,+\infty)$. Corte en (1,0).

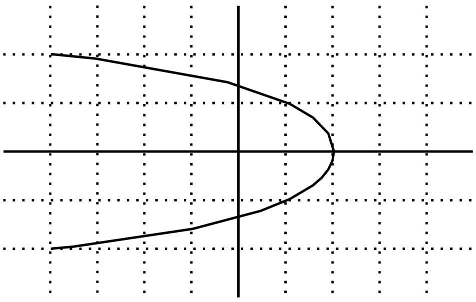
Solución:

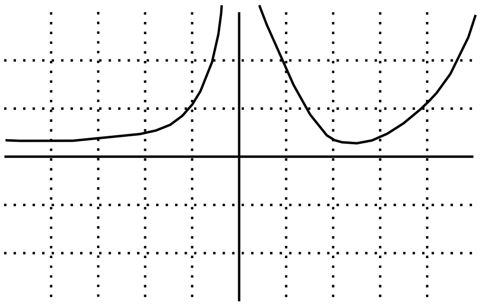


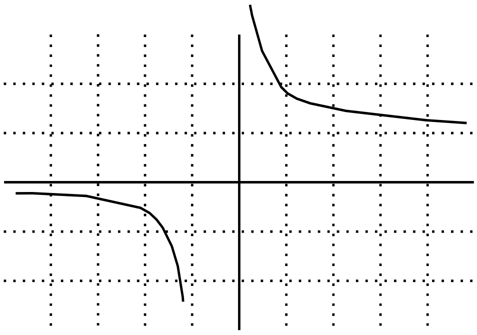
Solución:

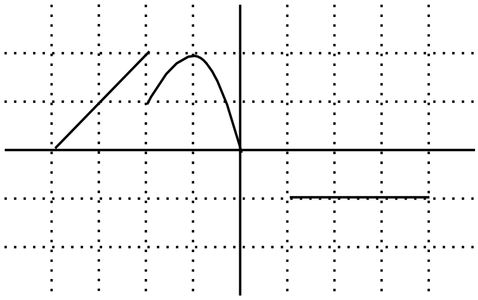


9.- Dadas las siguientes gráficas, di si son funciones o no y en las que lo sean haz un estudio completo de las mismas (Dominio, recorrido, puntos de corte, continuidad, monotonía, puntos extremos, curvatura, asíntotas).









Sol: a) No es función; b) Dom: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$, Img: $(0,+\infty)$; c) Dom: $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$; d) Dom: $(-4,0)\cup(1,4)$, Img: $[0,2]\cup\{-1\}$

10.- Un agricultor ha recogido 10 toneladas de fruta que, almacenadas, se deterioran a razón de 50 kg por día. Su precio actual en el mercado es de 1’2 € por kilo, pero el precio aumenta a razón de 0’02 € por kilo cada día.

a) ¿Qué cantidad de fruta le queda pasados t días?

b) ¿Cuál es el precio de venta por kg en ese momento?

c) ¿Cuál es la función que expresa el beneficio que obtiene al vender la fruta al día t?

d) ¿Cuántos días tienen que pasar para que ese beneficio sea máximo?

Sol: a) 10000-50 t; b) 1´2+0´02 t; c) $-t^2+140\,t+12000$; d)70 días