EXPONENCIALES

1.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^{x} \cdot 8^{\frac{2x}{3}}$ b) $3^{2x-1} \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{\frac{x}{2}}$ c) $\dfrac{2^{x+1} \cdot 2^{-x+1}}{8^{x} \cdot 4^{-x}}$ d) $\dfrac{5^{x} \cdot 25^{x}}{625^{x} \cdot 125^{x}}$

e) $\dfrac{81^{x+1} \cdot 9^{x}}{3^{2x-3} \cdot 3^{4x}}$ f) $\dfrac{\left(3^{x+1}\right)^{2} \cdot 9^{-x}}{81^{-x+1} \cdot 3^{2x}}$ g) $\dfrac{4^{x} \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$ h) $\dfrac{3^{x+1} + 3^{x}}{2 \cdot 9^{x}}$

Sol: a) $2^{\frac{9x}{2}}$; b) $3^{\frac{7x}{2}+1}$; c) 2^{2-x}; d) 5^{-4x}; e) 3^{6-x}; f) 3^{x-1}; g) $\dfrac{2^{4}}{3}$; h) $2 \cdot 3^{-x}$

2.- Halla "x":

a) $2^{x+1} = 4^{x}$ b) $2^{x}=1/16$ c) $3^{x+1} = 9^{x-2}$ d) $25^{x} = \sqrt{5}$ e) $25^{x} = \dfrac{1}{5}$

f) $3^{x^{2}-2} = 9$ g) $3^{2x-3} = 81$ h) $2^{x^{2}-3} = \dfrac{1}{4}$ i) $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$ j) $2^{x+1} = 16^{x}$

Sol: a) x =1; b) x =-4; c) x =5; d) x=1/4; e) x=-1/2; f) x=□2; g) 7/2; h) x=± □1; i) 4/3; j) 1/3

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $27^{1/3} = x$ b) $10^{\frac{3x-1}{2x+1}} = 100$ c) $32^{x} = 2$ d) $0,4^{x+1} = 6,25^{6x-5}$ e) $4^{x} = 32$

f) $2^{x+1} \cdot 2^{x} = 64$ g) $3^{2x} = 27$ h) $10^{x} = 0,001$ i) $\left(\dfrac{1}{10}\right)^{x} = 100$ j) $3^{x} = 9^{x+1}$

k) $9^{2x} = 27$ l) $10^{\frac{x^{2}-1}{x+1}} = 10$ m) $10^{3x} = 100$ n) $10^{2x-1} = 0,01$ o) $\dfrac{2^{3x+1}}{2^{x^{2}}} = \dfrac{4^{x}}{2^{5}}$

Sol: a) x =3; b)x = -3; c) x =1/5; d) x =11/13; e) x =5/2; f) x =5/2; g) 3/2; h) x =-3; i) -2; j) -2; k) x =3/4; l) x =2; m) x =2/3; n) x =-1/2: o) x =3, x =-2

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $6^{x} - 9 \cdot 6^{-x} + 8 = 0$ b) $3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^{x} + 3^{x-1} = 120$ c) $3^{2(x+1)} - 18 \cdot 3^{x} + 9 = 0$

d) $3^{x^{2}-3x+3} = 3$ e) $2^{x} + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29$ f) $3^{2x-1} - 3^{x+1} = 0$

g) $5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$ h) $3^{2\,(x+2)} - 4 \cdot 3^{x} - 77 = 0$ i) $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$

Sol: a) x =0; b) x =3; c) x =0; d) x =1, x =2; e) x =3; f) x =2; g) 3/2; h) x =0; i) x =3

5.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 3^{y-x} = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3^{x} + 3^{y} = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2^{x} + 2^{y} = 20 \\ 2^{y+x} = 64 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2^{x} + 3^{y} = 7 \\ 2^{2x+1} - 3^{2y} = 23 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2^{2x-y} = 32 \\ 3^{x-2y} = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3^{x} \cdot 9^{y} = 3^{8} \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+1} = 2^{6} \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+1} - 3^{y-1} = 15 \\ 5 \cdot 3^{x+2} - 3^{y+1} = 108 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x} - 2 \cdot 3^{y} = -42 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 4 \cdot 3^{y-1} = 4 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 2 \cdot 5^{x} - 2 \cdot 3^{y+2} = 32 \\ 5^{x} + 3^{y+1} = 28 \end{cases}$

Sol: a) x =1, y =3; b) x =2, y =3; c) x =4, y =2; x =2, y =4; d) x =2, y =1; e) x =3, y =1; f) x =4, y =2; g) x =1, y =2; h) x =2, y =3; i) x =2, y =0

LOGARITMOS

1.- Calcula los logaritmos que se indican:

a) $\log_2 32$ b) $\log_5 625$ c) $\log 1000$ d) $\log_3 81$ e) $\ln e^3$

Sol: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3

2.- Halla los logaritmos siguientes:

a) $\log_2(1/8)$ b) $\log_2(1/2)$ c) $\log_2(1/32)$ d) $\log_3(1/3)$

Sol: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1

3.- Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\log_x 32 = 5$ b) $\log_x 36 = 2$ 1 c) $\log_x 81 = 2$ d) $\log_x 49 = 2$

e) $\log_5 x = -3$ f) $\log_4 \frac{1}{16} = x$ g) $\log\sqrt{8} = x \log 2$ h) $\log_2 \sqrt{?} = 3$

Sol: a) x =2; b) x =6; c) x=9; d) x=7; e); f) x=-4; g) x=3/2; h) x=64

4.- Resuelve:

a) $\log_2 16 = x$ b) $\log(10000) = x$ c) $\log x = 5$ d) $\log x = \log 2$

Sol: a) x =4; b) x =4; c) x =100000; d) x =2

5.- Halla el valor de los siguientes logaritmos:

a) $\log_2\left(\frac{\sqrt[3]{64}\ .\ 2^3}{2^4\ .\ \sqrt{128}}\right)$ b) $\log_3\left(\frac{\sqrt{3^3\ .\ 9}\ .\ 3^{-1}}{81^2\ \cdot\ 3^{-2}}\right)$

Sol: a) -5/2; b) -9/2

6.- Desarrolla, tomando y/o aplicando las propiedades de los logaritmos, todo lo que se pueda las siguientes expresiones:

a) $\log\sqrt[4]{\frac{(x\cdot y)^5}{z^{\frac{1}{2}}\cdot e^2}} =$ b) $\log\frac{a^2b^3c^{\frac{3}{4}}}{d^{\frac{1}{2}}}$ c) $A = x^2y^3z^4$ d) $D = x\cdot\sqrt[3]{\frac{y^2}{z}}$

7.- Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

a) $\ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ b) $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3)$

c) $\log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x)$ d) $2\ \log(x-1) = 2\ \log 2$

e) $\log(x+1) - \log\sqrt{x-1} = \log(x-2)$ f) $\log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$

Sol: a) x =2; b) x =1; c) x =-1, x =2; d) x =-1, x =3; e) x =5; f) x =1

8.- Resuelve los siguientes sistemas:

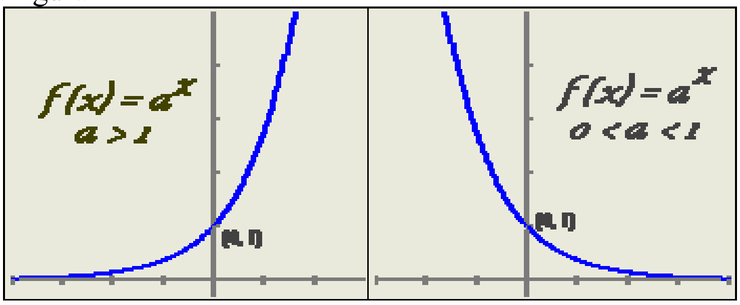
a) $\begin{cases}\log x + \log y = 2\\ \log x - \log y = 0\end{cases}$ b) $\begin{cases}\log x + \log y = 5\\ \log x - \log y = 1\end{cases}$ c) $\begin{cases}\log x + \log y = -1\\ \log x - \log y = 3\end{cases}$

d) $\begin{cases}\log_2 x^3 - \log_2 y = 3\\ \log_2 2x + \log_2 y^2 = 2\end{cases}$ e) $\begin{cases}\ln x + \ln y = \ln 8\\ e^{x-y} = e^2\end{cases}$ f) $\begin{cases}\log x + \log y = 2\\ x - 5y = 5\end{cases}$

Sol: a) x =10, y =10; b) x =1000, y =100; c) x =10, y =1/100; d) x =2, y =1; e) x =4, y =2; f) x =25, y =4

La función Exponencial

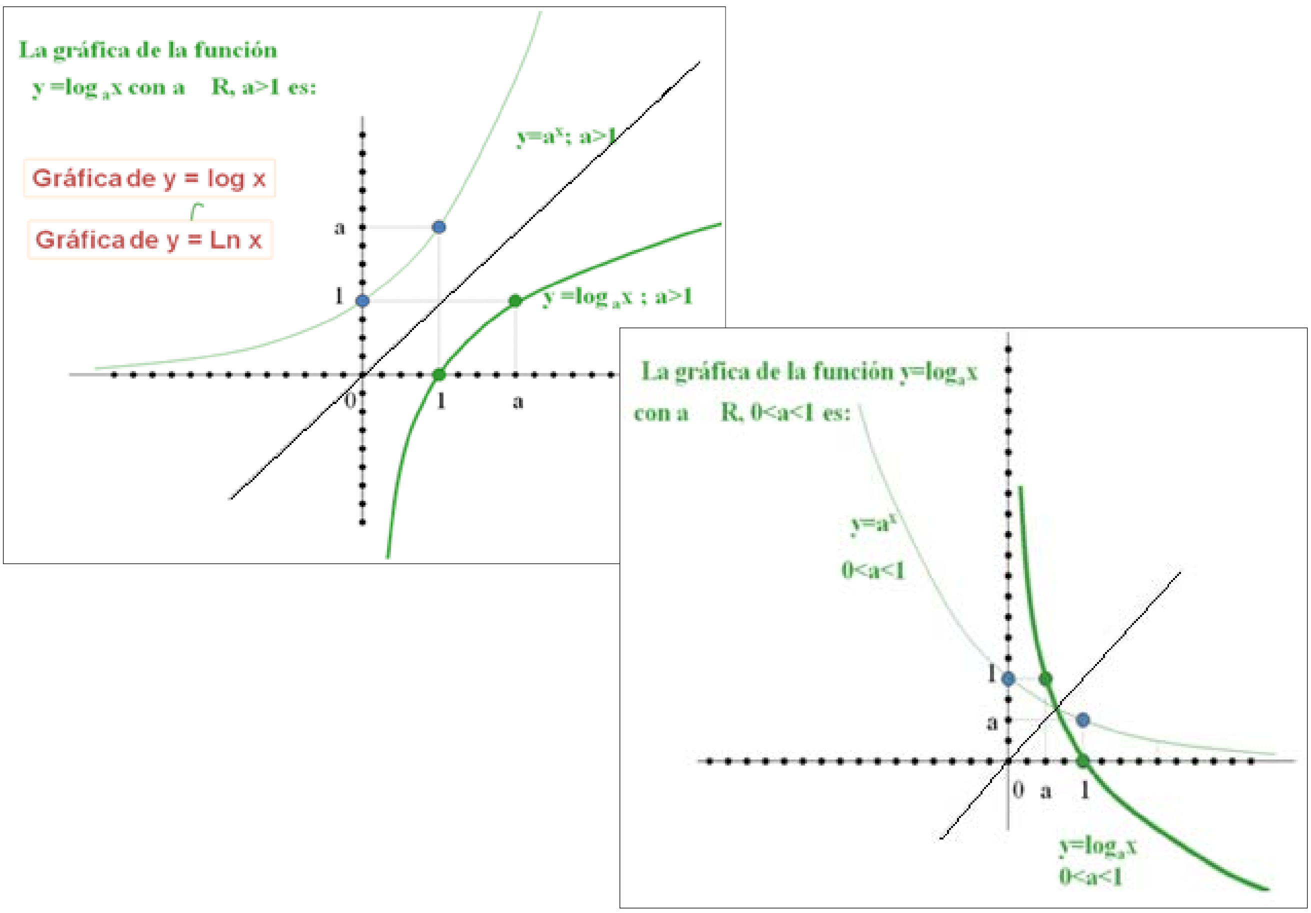
Las funciones de la forma **f (x) = a** ^{x} con a > 0 de denominan **funciones exponenciales** y su gráfica es la de la figura



A la vista de la gráfica se pueden observar algunas propiedades

- Es continua
- El dominio es R y la imagen R $^{+}$ (es decir siempre es positiva)
- Pasa por el punto (0,1)
- Si a > 1 es creciente y si 0 < a < 1 decreciente
- Si a > 1, al crecer x, f (x) crece indefinidamente muy rápidamente. Es una función de "crecimiento rápido"
- Si 0 < a < 1, cuando x crece, f (x) se aproxima a 0
- El eje de abscisas es una asíntota horizonal de la función

La función Exponencial y la función logaritmica



LOGARITMOS

DEFINICIÓN

El logaritmo (con base *b*) de un número *N* es el exponente *x* al que hay que elevar la base dada *b*, para que nos de dicho número *N*.

$$\log_b N = x \Leftrightarrow \ N = b^x$$

La base *b* tiene que ser positiva y distinta de 1 $(b > 0, b \neq 1)$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. Dos números distintos tienen logaritmos distintos: Si $P \neq Q \Rightarrow \log_a P \neq \log_a Q$
2. El logaritmo de la base es 1, $\log_a a = 1$,.pues $a^1 = a$
3. El logaritmo de 1 es 0, cualquiera que sea la base, $\log_a 1 = 0$,.pues $a^0 = 1$
4. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores
$$\log_a (P.Q) = \log_a P + \log_a Q$$
5. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador
$$\log_a \left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a P - \log_a Q$$
6. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base de la potencia
$$\log_a \left(P^n\right) = n.\log_a P$$
7. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice
$$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{\log_a P}{n} = \frac{1}{n}.\log_a P$$
8. Cambio de base: El logaritmo en base a de un número se puede obtener a partir de logaritmos en otra base
$$\log_a P = \frac{\log_b P}{\log_b a}$$