Derivadas-Aplicación

1.- Dada la función definida mediante $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$. Halla la ecuación de las rectas tangentes en:
a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = -1$.
Sol: a) $y = 2x-1$; b) $y = 7x-4$; c) $y = 3x$

2.- Un móvil lleva un movimiento rectilíneo cuya relación entre la distancia recorrida x (en metros) y el tiempo empleado t (en segundos) es $x = 3t^2+2$. a) Calcula su velocidad media entre t = 2 y t = 4 seg. b) Calcula la velocidad instantánea para t =5 seg.
Sol: a) 18 m/s; b) 30 m/s

3.- La recta tangente a una cierta función f(x) en x = 1 es y = 3x+2. ¿Cuánto vale f'(1)?. Si en x =2 la recta tangente es y =-x +5, ¿Cuánto vale f'(2)?
Sol: f'(1)=3; f'(2)=-1

4.- El espacio x (en metros) recorrido por un coche en un tiempo t (en segundos) viene dado por $x = t^2 + 3t$. Calcula lo que indica el velocímetro cuando t =3 segundos.
Sol: 9m/s

5.- Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a $y = x^2/3$ en los puntos de abscisas x =0, x =1 y x =2.
Sol: y =0, y =2x/3 - 1/3, y =4x/3 - 4/3

6.- Halla el valor de a para que la función $y = x^2 - ax + 2$ tenga un mínimo en x =1.
Sol: a=2

7.- Halla a, b, c y d para que la función $f(x)=ax^3+ bx^2+ cx+ d$ tenga un máximo en el punto (0,1) y un mínimo en (1,2).
Sol: $f(x)=-2x^3+3x^2+1$

8.- Halla b, c y d para que la función $x^3+ bx^2+ cx+ d$ tenga un extremo en (2,0) y un punto de inflexión en x =1.
Sol: $y = x^3-3x^2+4$

9.- Queremos construir una caja abierta, de base cuadrada y volumen 256 l. Halla las dimensiones para que la superficie, y por tanto el coste, sea mínimo. (Sol: x = 8, y = 4)

10.- Entre todos los rectángulos de área 16 halla el de perímetro mínimo. (Sol: x = y = 4)

11.- La suma de las aristas de un prisma recto de base cuadrada es 36. Halla las dimensiones para que el volumen sea máximo. (Sol: x = 3; y = 3)

12.- Hallar los puntos de la curva $y^2 = x$ cuya distancia al punto (3/2,0) sea mínima. (Sol: (1,□1))

13.- Una hoja de papel debe contener 288 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo? (Sol: 28x14)

14.- Entre los pares de números cuyo producto es 64 encuentra aquellos positivos cuya suma de cuadrados sea mínima. (Sol: 8 y 8)

15.- La vidriera de una iglesia está formada por un rectángulo y sobre él una semicircunferencia, si se quiere que el perímetro sea mínimo y que el área sea $8+2\pi$ m^2. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la vidriera?
Sol: x=4, y=2 m

16.- La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 40 cm. Halla sus dimensiones para que la superficie de ese rectángulo sea máxima. (Sol: Dos catetos iguales de 20 cm)

17.- Un comerciante vende mensualmente 3000 latas de refresco a un precio de 60 céntimos/lata y sabe que por cada céntimo que rebaja en el precio vende 150 latas más, de la misma forma si aumenta el precio 1 céntimo vende 150 latas menos. Si al comerciante le cuesta cada lata 30 céntimos. ¿A qué precio ha de vender las latas para obtener el máximo beneficio? (Sol: 55 céntimos)

18.- Se quiere vallar una parcela rectangular junto a una carretera. Si la valla junto a la carretera cuesta 1 €/m y el resto 50 céntimos/m. ¿Cuáles serán las dimensiones de la parcela para que el área sea máxima si disponemos de 180 euros? (Sol: 60x90 m).

19.- Hallar las dimensiones de un rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio 2.
Sol: $x = \sqrt{8}$, $y = \sqrt{8}$

20.- De todos los triángulos isósceles de perímetro 9. Hallar las dimensiones del que tenga área máxima.
Sol: x =3, y =3

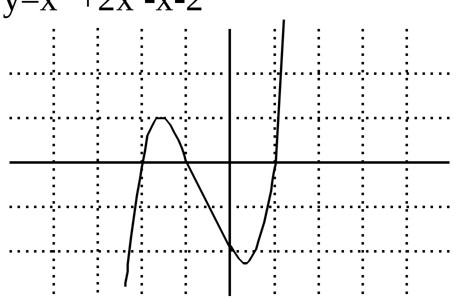
21.- Se desea abrir una ventana rectangular en una pared de una casa. Queremos que nos salga lo más económica posible sin perder luz, para ello pretendemos que el área sea de 16/15 m^2. Sabemos que el coste en vertical es de 50 €/m y en horizontal 30 €/m. ¿Cómo debe ser la ventana?. (Sol: 4/5 x 4/3)

22.- Hallar dos números que sumen 18 y que su producto sea máximo. (Sol: 9 y 9)

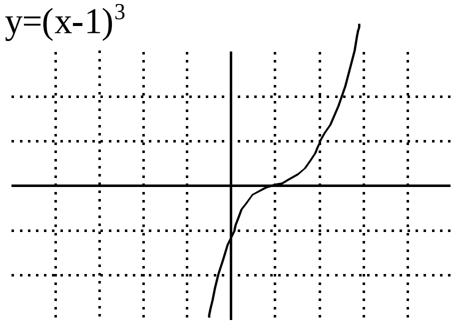
23.- Hallar dos números que sumen 9 y que el producto del cuadrado de uno por el triple del otro sea máximo.
Sol: x =6, y =3

24.- Representar las siguientes funciones:

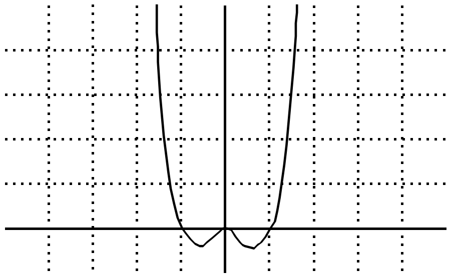
$y=x^3 +2x^2-x-2$



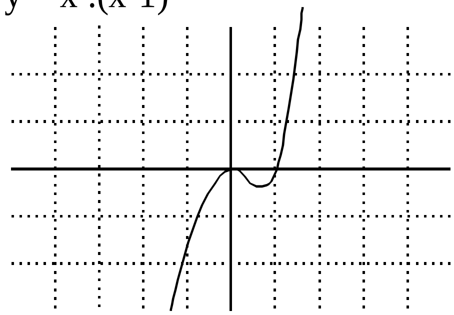
$y=(x-1)^3$



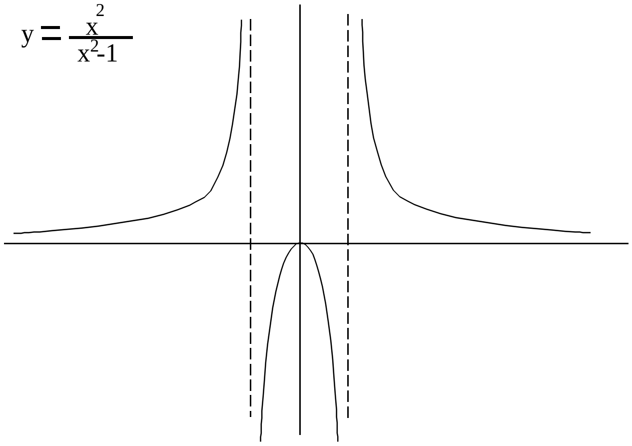
$y = x^4-x^2$



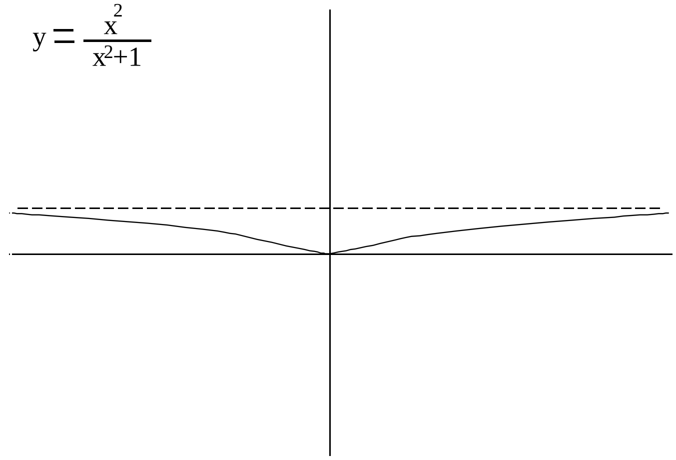
$y = x^2.(x-1)$



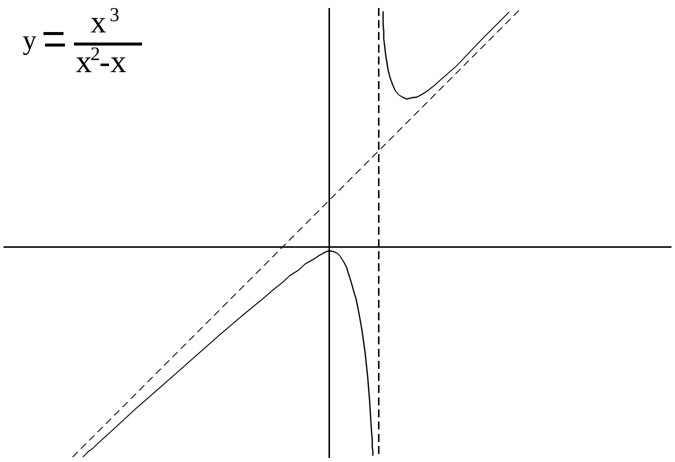
$y = \frac{x^2}{x^2-1}$



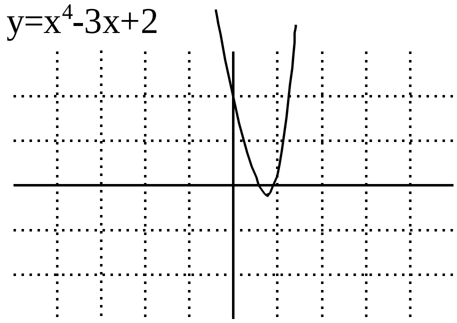
$y = \frac{x^2}{x^2+1}$



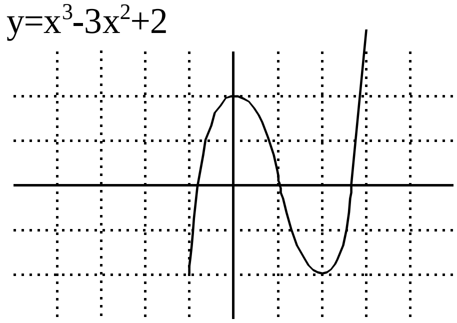
$y = \frac{x^3}{x^2-x}$



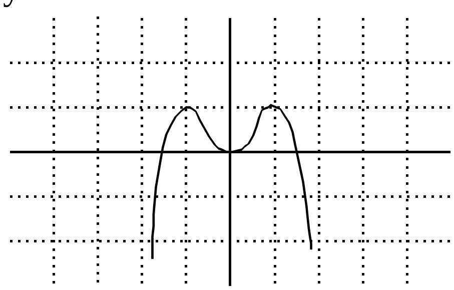
$y = x^4 - 3x + 2$



$y = x^3 - 3x^2 + 2$



$y = -x^4 + 2x$



$y = x^3.(x-2)$